# 学校教師と統計

岡本直久
桐朋学園芸術短期大学元非常勤講師

School teacher and statistics

Naohisa Okamoto
Toho Gakuen College of Drama and Music Former part-time lecturer

キーワード：学校、教育、算数、数学、確率、統計

目次

## ○、はじめに

二〇二一年六月一六日、我が国の四回目の緊急事態を宣言する記者会見が行われた。

「総理にお伺いします。」で始まった北海道新聞の佐藤記者の質問は、前提として、「東京は、四度目の緊急事態宣言です。国内では、まん延防止等重点措置や緊急事態宣言が解除されない状況が実に三か月続いています。総理は毎回感染を抑え込むと訴えていますが、約束は果たされず、いつまでこんな生活がだらだら続くのかと国民の疲労や不信感はピークに達しています。」と述べた後の、

「政府のこの間の対策は、感染拡大の見通しの甘さから、一つ一つのタイミングが遅く、内容も不十分だったのではないでしょうか。自らの責任と併せて認識を伺います。」

というものが第一のパラグラフで尋ねていること。次いで、「度重なる宣言でその効果が薄れていると思いますが」という状況に就いて、今回の対策で実効性は十分なのか、今回が最後の宣言と言い切れるのか、お示しください。」というもの。「さらに」と並べて

「いつになったら我々は普通の生活に戻れるのか、その見通しを総理の言葉で国民に語ってください。」

ということで、「よろしくお願いします。」で締め括っている。

この質問を項目別に整理すると、

一、政府の対策が不十分だったのではないか、総理の認識は？
二、この状況に対する総理の責任に就いての認識は？
三、今回の対策の実効性は充分なのか示して欲しい。
四、今回が最後の宣言と言い切れるのか、示して欲しい。
五、いつ宣言状態が終るのかを語って欲しい。

ということであり、回答者はこの五つそれぞれに答えなければならない。そしてこれらに対する回答として常識的に考えられるのは、

一、不充分だったと思う。或るいは、
　充分だったと思う。
二、自分に責任を感じている。或るいは、
　自分に責任は無いと感じている。
三、充分である。或るいは、
　不充分である。
四、最後の宣言となる。
　最後とは言い切れない。
五、〇月〇日には終る。

となる筈である。これが常識的な問答である。学校の教師が授業その他で取り組む〝質問に答える〟という作業は、この応酬で成り立つものであり、教師はその為に、つまり生徒等が納得出来る回答を即座に

返すことが出来るように、日々勉強を怠る訣には行かない。喩えは悪いが、敵が攻撃を仕掛けて来ても、それに対する防御が可能なように、日々訓練に取り組む兵士の姿に重なる。

　ところで、記者会見でのこれらの質問に対して実際の菅総理の回答は、

「まず、今年に入って二度の緊急事態宣言をお願いしておりますが、毎回、感染者数や病床の状況、ここについて判断を行い、飲食を中心に、できる限り的を絞って早期に感染をピークアウトさせる、そのために取り組んできました。その中で、国民の皆さんや事業者の方々には、大変御迷惑をおかけし、また、御協力を賜っておりますことに、感謝申し上げます。」

　ここ迄は前置きのように聞こえるものの、「取り組んできました」ということのみ言っていて、その成果が「充分だったと思うか」という質問に答えていない。そしてそれに続く「自分の責任かどうか」には全く触れない。感謝しているかどうかは尋かれていない。大体感謝云々は、国民が〝総理のために〟何らかの行動を起こしたということで〝総理が〟感謝するものであり、国民の行動は決して〝総理のために〟とっているものではないのに、取り違えている。

「こうした一進一退の状況から脱して感染対策の決め手となるのがワクチンだと思っています。七月末までには希望する六五歳以上の高齢者の皆さんに二回接種を全国で終えられる、その予定であります。」

　政府のとっている対策の「実効性は充分なのか」という質問に対する回答のようにも聞こえるが、ワクチンだけで充分かという意味の質問であることを全く理解していない回答である。記者に代表される国民の疑念は、ワクチンだけで何とかなるから、他の対策を考えていない政府の姿勢にあるということ、側近はその情報を総理に入れないのか。

「また、これは世界を見てみましても、世界は日本よりもはるかに厳しいロックダウンを行う。そして、外出禁止、罰金、そうした厳しい状況にあっても何回となく同じことを繰り返してきているということも事実ではないでしょうか。正にそういう意味で、ワクチンを接種することによってかつての日常を取り戻すことができるというふうに思っています。」

　ロックダウンではどうしようもないという思い込みを「世界」の状況を出汁にして、ワクチンのみによって「日常を取り戻すことができるというふうに思っています」ということの根拠として述べる。対策の実効性への回答というには、その根拠の如何に感覚的に過ぎるか、というに尽きる。

「ですから、東京の新規感染者は、今、増加しています。高齢者の感染や重症者が少ない、こうしたことは、明らかに高齢者の皆さんに接種を始めていますから、そこは大きく変わっていることだというふうに思っています。また、東京から全国に飛び火をすることがないように、大変心苦しい判断でありましたけれども、今回、緊急事態宣言を発出させていただきました。

　こうしてワクチン接種が進み、効果が現れるまで、全国的な感染爆発を防ぐための措置として御理解いただきたいというふうに思います。」

「ですから」という繋ぎ方も不相応であるが、ここでも更にワクチンの効用を過大に評価している姿勢のみが伝わって来る。このことを更に続けて、

「諸外国の例を見ても、全人口の約四割に一回接種が達した辺りから、正にこの感染者というのは減少傾向になっているということが明確になっています。こうした日常を取り戻すためには、一日も早くこの四割に到達することも大事だというふうに思います。七月中には是非そこを目指していきたい、こういうふうに思っています。」

と、ワクチン、ワクチンと選挙の宣伝カー宜敷く連呼状態である。緊急事態がいつまでか、という記者並びに国民の関心事に就いては明言していない。明言出来ないということなら、はっきりそう答えればよいのに、ワクチンの接種を「一日も早くこの四割に到達することも大事だ」と「ことも大事」と曖昧な表現で回答したとしている。

　このように細かく振り返ると、一から五迄の質問に対する常識的な回答の文言が全く無い。繰り返すが、

「感謝申し上げます。」という意識を訊いているのではない。

「二回接種を全国で終えられる、その予定であります。」という接種の予定を尋いているのではない。

「ワクチンを接種することによってかつての日常を取り戻すことができるというふうに思っています。」というが、いつのことかを尋いているのであって、「思っている」という思いを聞いて納得出来るものではない。これを受けて記者は、

「総理、最後の宣言と言い切れるのかどうか質問しているのですけれども。」

と、当然の発言で質問に正面から答えて欲しいと回答を促すが、司会の内閣広報官が、

「追加の御質問はお控えください。」

と遮る。これは決して「追加」ではない。再度同じ質問で正面からの回答を求めているに過ぎない。そんなことも理解出来ない程度の読解力の司会者なのか。そんな筈はあるまい。総理が回答出来ない質問だと理解しているからこそ、「控えおろう」と質問を門前払い扱いの筈である。

　最後の部分は、嘗て話題になった某中学校の理解の授業に就いての教師の振る舞いと重なる。

　教師の説明の途中に、生徒が質問を始めた所、当の教師が「質問されると授業が予定通りに進まなくなるので控えるように」と対応したという、あの話題である。

　教師は自分が用意した指導案の流れに従って授業を進めれば、その時間の指導目標に達する筈なのに、生徒の質問にまともに答えていると、それが狂うという訳である。しかし、生徒にしてみれば、その教

師の説明の中に理解不可能、或るいは納得出来ない部分があれば、その部分がひっかかって、その先に進むことが出来ないのである。質問によって疑念が解決出来てはじめて次のステップ、教師が進めようとする流れに乗ることが出来る、だから質問しているのである。この教師にとって授業とは、教師の指導案が主役であって、生徒の理解を促す、つまり受講生徒の理解が主役であってはならない、という訣である。

　理解出来ない、或るいは疑念を吹き払うことになる回答が得られなければ、何度でも質問する、それが授業に真剣に取り組む生徒の常識的な姿勢であろう。これを遮るとは・・・。件の記者会見がまさしくこの理科の授業そのものである。

　高校二年生が筆者の隣席の世界史の教師の許に質問に来ていた。その内容が耳に入って、これは面白いと興味が湧いたので、少しく聞き耳を立てていた。生徒曰く、

「教科書には、ジャンジャックルソーのジャンとジャックの間は〝＝〟で、ジャックとルソーの間は〝・〟になっていますが、両方とも〝・〟では駄目ですか」

　試験で何れをも〝・〟で繋げば「×」なのか、と言っている。世界史師の回答は曖昧であった。本によっては何れも〝・〟としているものもあるから生徒は不安に思ったのだろうが、世界史師は厳密に教科書に倣うことを押し付ける雰囲気で生徒を返していた。この態度を不審に思った筆者は、ざっと調べてた。結局どちらでもよい、という結論であり、生徒が持って来た教科書はその一つの表現を用いているだけであった。敢えて深掘りすると、特にフランス人に多いが、ファーストネームとセコンドネームの間に〝＝〟、セコンドネームとファミリーネームの間に〝・〟とすることが混乱を回避するということになるらしい。兎も角件の教科書の編者はこちらが好みだったという訣である。

　理科の教師とか英語の教師というように、殆どの教師は専門の教科、担当教科で分類される。昨今校務の多様化や細分化によって専門の教科に関る時間の割合が減少しているという統計資料や学校教師からの訴えが話題になるが、しかし基本は教室その他での授業の中で生徒の理解を促すことが第一、つまり必要条件である。そして担当教師が教科内容に精通していることは、授業を成り立たせる必要条件である（右に見た理科教師の例は、彼がこれを十分条件だと思い込んでいた故の、生徒にとっての悲劇である）。

　中学二年生の生徒数人が筆者の許に、布製の袋を持って来て、

「風呂敷を使って、細かに鋏を入れないで作ったものですが、この作り方を説明して下さい」

と言う。縫い物のことだから家庭科の教師に投げ掛けるのなら解るが、数学の教師である筆者に持って来たのには訣があった。この袋、大き

な風呂敷を縦に四分割して、その一枚を鋏を入れずに縫い合わせて作られている。それも平面的ではなく、膨らみのある所謂立体的な造形に仕上がっている。だから図形を専門に扱う数学教師の見方が必要だったという訣である。数学の学習内容ならば数学の教師を頼るのは当然（とも言えない状況の学校もあると聞くが…）のこと、しかし授業では決して扱うことのない、このような内容のことまで、関連しているというだけで、生徒は数学教師を頼るのである。筆者はその袋を数分眺めて、その構造を説明することが出来た。説明を求めて来た生徒にその場で回答出来たのであるが、もっと難問であって、即座に答えることが出来なければ、その袋を預かってより詳細に観察して理解してから、後日説明することになった筈である。

　このような光景が学校での教師と生徒とのやり取りの一形態であるとすれば、右に例示した世界史師は、即座に回答を与える可きではなく、後に筆者が調べたような、或るいはもっと深く調べてから、その結果を生徒に説明する機会を後に持って欲しかったと思うのである。

　高校三年生の生徒が、問題の解法の説明を求めて筆者の許にやって来た。難問であったが、面白い問題であった。というのも、それが大学の入試に直結するとは思えない、言ってみれば『大学への数学』の「エレガントな解答を求む」で出題されている性質の問題であり、所謂公式や特殊な解法に当て嵌めるというのとは無縁のものであることから、筆者自身も試行錯誤を繰り返して漸く結論に到達する問題であった。その意味で非常に面白く、楽しい時間を過ごすことの出来る材料を与えられた思いであった。そして一週間経って又同じ生徒が別の問題を持ってやって来た。本末転倒のようだが、これらの問題はその生徒が通っている学習塾の宿題だと言う。毎週このような問題が課されて、頭を悩ましている、これを何とかしたいということで、数学に就いて信頼出来ると評価されている（とその生徒が言う）筆者を頼ってやって来た、と言う。これが毎週続いた。

　難問故に流石に即答は出来ないケースも多々在って、一日の猶予を貰って解法を得て、翌日説明する、ということになる。しかし数学教師としてはどんな問題であっても、可能な限り即座に的確に説明出来なければならないと思うのである。

　数学の教師に限らない。生徒が寄せる質問には、教師たるもの的確に説明出来なければならないもの、と思うのである。勿論、手に余る問題や課題を寄せられることもあろうが、その場合は即座に答えるということを優先して、適当に、お茶を濁すような説明で対応す可きではない。その場で質問者と共に考える、ということがあってもよい。又は考える時間を貰って、後日的確な説明を返すことがあってもよい。当該教科の担当者（子供たちは専門家と看做している）としては即座に説明出来るに越したことはないが、「即座に」と「的確に」を天秤に架ければ、「的確に」を優先す可きであろう。その場で「今は解らない」或るいは「今は説明が難しい」として、後に的確に説明する〝勇気〟を持つことも必要であろう。尤も即座な説明を「今は、…」と言って頻繁に回避するようでは、教師失格である。

すると、冒頭の総理は、明らかに教師失格である。総理は学校の教師ではないから、これでいいのか。否、総理の記者会見は、国民が知りたいことを代表して質問する記者を生徒として、教師の立場で総理が行う授業と重なるものであり、総理は高級教師でもある可き立場であるとする見方も捨て難い。すると冒頭の総理は教師として失格、即ち総理として・・・。

## 一、教室で〝数える〟ということ

学校の教師が、児童・生徒の質問に対して、余り時間を措かずに的確に答える可き立場になければならない、ということから、次のような状況で、教師はどのように答え、説明したらよいか。

おはじきを利用して自然数を扱う指導を展開する場面を想定してみよう。例えば九個のおはじきを一列に並べて、端のおはじきから順に指し示し乍ら、一、二、三、・・・、と唱えて行く。つまり「数える」という動作を通して自然数を理解する、というものである。

唱えるのを中止した所、例えば「五」と言った時迄に指し示されたおはじきを一括りにして、

「これらのおはじきは五個ある、と言います」

と教師が宣言し、子ども達は、先生が言うことだから、そう言うものなんだ」と頭に詰め込む。これを他の個数に就いても実演することで、数えることが自然数と親しくするものだとの理解を助けることになっている。この方法は、既に一九世紀末葉の独逸の算術教育の導入で採られていたものであり、クロネッカーの信念を体得して帰国した藤沢利喜太郎の主導する算数教育「数え主義」によるものとして我が国でも行われているものであり、極く一般的に見られる状況であろう。そして此の場合おはじきには区別が無いものとして扱われる。

今、並べたおはじきが、形が異なっていたり、重さが違っていたり、大きさが区々だったりと、所謂不揃いだったとしよう。（実際同じように見えても、厳密には複数のおはじきは微妙に〝異なっている〟ものである）そして事象の細かな点に拘泥わり、これを自分なりに納得しないと〝承知しない〟という性格の子供（何人かに独りはこのような子供や成人が居るものである）が、

「端のおはじきから数えた場合は解りました。では、端からではなく、例えば三番目から数えたら、おはじきの組合せは始めのと違うものなのに、同じく〝五個〟と言っていいのですか」

と質問する。（随分成熟した児童だが、表現は兎も角、このような疑念を抱く子供や成人も居ないとは断言出来ない）

この質問に対して、扠教師としてどう対応しようか。

予期せぬ事態に身を置いた時、人はそれ迄の活動や思念の積み重ねの成果が表出する。教師の場合、主戦場である教室での授業は、その

殆どは予期したものである筈だと思いたい。そのために指導案を作成するなど授業を準備し、授業を含む教科に関する所謂教材研究やら研修に勤しむ。基本は授業で扱う内容を児童や生徒が円滑に理解することを想定する。殆どは事前のこの想定の範囲で授業は進むが、しかし時に想定外の反応を受講者が示すことがある。そしてこの状況は授業に限らない。前述の風呂敷製の袋のような、直截授業で扱う所謂学習項目を離れた内容に就いても精通しているか、或るいは臨機に対応しなければならないケースも考えられる。明日の野外活動のために、当該地域の天候を高い確度で予想出来ることを期待されるのは地学の教師である。明日の天気は今日の授業で扱うものではないから、授業の準備として用意してはいないが、しかし地学の専門家なのだから、当然の能力であると期待される。社会的な事故や事件に際して、マスコミ（一般人の代表としてよい）の要求に応えて、専門家が解説することが多いが、彼等はこの事故や事件の起こることを予め知っていた訳ではないから、解説の準備の時間は限られる。にも関らず或る程度的確に解説するのは、専門家としての見識が広いことを示している。彼等はいつ必要とされるか予想どころか、終いにその機会が来ないかも知れないことにも研究を続けているのである。学校の教師も、教科担当という専門家の端くれである以上、このような姿勢で専門教科に向かう可きであろう。

　数える対象と個数に関して、教師がこの児童が抱くような疑念に〝遭遇〟することは先ず皆無に近いだろう。だから授業ということに関しては、予めこの質問に答える準備の必要はないであろうし、教師用の指導書が扱うことでもない。それは、算数・数学の世界にどっぷりと浸かって生活している者は勿論、小学生時代以来算数・数学教育を受けて来た一般人でも、個々のおはじきが異なった形であっても「同じく五個」というのに疑念の持ちようがない。従ってこの児童への回答は一つしかない。それは、

「同じと思ってよい」

ということしか考えられない。

　ところで、この回答を得た後、その児童或るいは同席していた他の児童が、同じと思ってよいとする理由を質問したとすると、扠どうしよう。五〇年以上数学の世界に居る筆者でも、即座にその理由は用意出来ない。だからと言って回答を回避するために、記者会見の司会者のように「質問は一つだけ」とする訳には行かない。この理由に納得出来ない場合、自然数の加法の原理を理解する妨げになる恐れは充分に考えられるから、何とかこの場で子ども達の納得を実現出来るような説明を略々咄嗟に考えて、

「林檎を五個買って来るように、おつかいを頼まれた時、店に並んでいる林檎は大体同じ大きさに見えるが、でも大きい小さいの違いが見えるから、中には出来るだけ大きい方の林檎を五個籠に入れてレジに持って行くでしょう。多少大きさが違っていても、五個は五個なので、このようなことが出来るのです。これと同じです」

と、算数の教材の主役級の林檎を登場させて、理解を促すことになる。

「これと同じです」というのは、決して理由を説明するものではない。同じものと考えてよいから、このように動くのであって、「同じものと考えてよい」という結論に至る論理ではない。原因と結果が逆になっているのに、「これと同じです」と言うことで、納得した気分になる。ここ十年来我が国の為政者がよく利用する手法であり、国のリーダーがやっているのだから、一介の教師も同じように説明して「何が悪い？」と開き直る状況か、とも思えるが、しかし事はそれ程単純ではない。

兎に角おはじきや林檎は「同じものと考えてよい」ということにしないと、算数・数学の骨格は崩れて仕舞うのだから、これを出発点として呑み込んで貰わないことには始まらない。敢えてその理由らしきものを求めても、

「算数や数学の世界では、おはじきや林檎は同じ者と看做すものなのだ」

と言い切るだけであって、理由は無い。

従って、算数・数学の世界でこうなのだということと同じことが日常の買い物のような場面でも疑問を持たないではないか、という程度の〝説明〟しか出来ない。

「同じものと思って」「同じものと看做して」ということは、「現実は異なっていても」つまり、現実には同じということは在り得ない、という前提を受けての表現である。

現実の世界にあって、生き物や農産物は勿論、どんなに精巧に設計され、管理が行き届いた環境で製作された工業製品にしても、二つとして形状や性質、性能の同じものは期待出来ないことは、誰もが感覚として認識している。にも拘らず、算数・数学の世界では、二つどころか幾つでも同じものと考えてよい、寧ろそう考えなさい、そうでないと算数・数学は学習を進めることが出来ない、と言う。だから、算数・数学は現実とは異なるものだと割り切る必要がある。ここに現実の世界と算数・数学の世界の間には、決して埋めることの出来ない溝があることを、自然数を導入するという学習の初期の段階で、教師も児童・生徒も共に認めない訳には行かない契機が訪れたということである。

はじめに質問した児童に限ったことではない。教師の「おはじきや林檎のように、幾つものものを同じものと考えるのが算数・数学の世界の常識なんだ」という説明を、その授業を受けている児童は皆傍受している訣で、彼等は算数・数学が現実とは乖離したものであるとする意識を確実に感じ取り、そしてこの意識を生理に迄昇華させて人生を生きて行くことになる。

## 二、自然数のこと

数える段階で直面する溝の認識は、自然数自体と現実との関係を見

ることで自然に導かれるものである。自然数は観念の中でのみ存在しており、五感を以てする知覚の対象ではない。数えることから自然数を導入して算数の学習を始めることからも判るように、自然数を基盤として数学は構成されている。（離散量である自然数からではなく、連続量から始めることを優先する可きだとの立場もあるが、本稿ではこの立場は取り敢えず措いて論ずる。）自然数から始めて、数を拡張することで数学の世界は拡がり、その結果実りある様相を示している。ところがその基盤となっている自然数は観念の産物でしかないのだから、これから拡張されている数学の対象は悉く観念の中に閉じ籠められたものということになる。五感を以て知覚することが出来ない、それらを数学は扱っているのである。

算数・数学が扱うのは、独り〝数〟に限らない。現実との関係がより近いものとされるもう一つが、図形である。平面図形は目で見ることが出来るし、立体図形の方は目で見、触覚で感じることが出来る。ところが算数・数学で扱うのは、点であり、直線であり、これらから構成される様々な図形である。この世界の基盤となる〝部品〟に就いては、既にユークリッドが『原論』の最初の部分で定義している。幾つかを中川洋子訳で示す。

一、点は、それの部分が何もないところのものだ。
二、線は幅のない長さだ。
三、また線の端は点だ。
四、また直線は、同じようにそれ自身の上の点に横たわっているところのものだ。
五、また面は、ただ長さと幅だけを持つところのものだ。
六、また面の端は線だ。
一三、境界とは、あるものの端だ。
一四、一つあるいはいくつかの境界によって取り囲まれたものは図形である。

ここに示されている点や線（線分或るいは直線を指す）は実際に見ることも作る（作図）することも出来ない。何故ならば、どんなに鋭く先端を削った鉛筆を以てしても、「部分が何も無い」という状態にはならない。その他筆記具でこのような「点」を打つことは出来ない。必ず拡がりが出来るのだから。実際に作ることが出来ないのだから、ここにも現実には無い（五感で確認出来ないという意味）ものを扱う数学の場面を発見する。しかしユークリッドが謂う「点」、つまり数学が扱う「点」は、観念的ではあるが、より現実に寄り添う説明によって、観念の世界からの脱皮を図る試みがなされる。それは、

「点とは、位置を示すものである」

とすればよい。位置という概念も亦観念の世界でしか生きられないものであるが、自然数を不揃いの林檎で説明するのに似た構図が窺えるが、この場合、林檎以上に説得力を持つ。位置は慥かに「部分が無い」。

ところが、位置に就いては、ハイゼンベルグの不確定性原理によっ

て、「部分が無い」と言えないことが証明されている。位置には所謂揺れがあるというのである。位置が「点」の恰好な対応物というアイデアは、不確定性原理によって潰える。

　このことは「線」に就いても同様である。「幅が無い」というが、矢張り不確定性原理によって、「幅が零」ということは望め得ないことが示されているのだから。現実の直線には、矢張りどんな筆記具によっても、幅を無にすることは出来ないし、幅の無い直線は現実には存在し得ない。

　点や直線で囲まれる「図形」に就いては、その「端」が、現実には〝揺れ〟の状態にあることを認めざるを得ない以上、矢張り現実の世界の中で五感を以て知覚出来ないものということになる。現実の知覚可能な世界と、観念によって構築されている算数・数学の世界との溝は益々深いことが確認される。

　ところで、観念の世界でしか確認出来ない自然数を矢張り観念の世界の「点」に対応させることで、理解が容易になる、と信じられる傾向が数学教育の世界に見られる。自然数（或るいは整数）を、等間隔で一列に並んでいる点列の、順序を保存しながらその一つひとつの点を自然数に対応させる。この点列は一応は目に見えるものということで、些か苦しいが、これが自然数の現実的な〝具体例〟と言い張る。この対応が拡張されて、実数が数直線上の点に対応させることになる。

　自然数が点列の点に対応されることを実数に拡張するには、直線が点（ユークリッドの謂う意味の）の集合と見ることが必要であるが、ユークリッドの「同じようにそれ自身の上の点に横たわっている」がヒントになる。そして、実数の連続性は、数直線の連続性を前提にしなければ、対応関係にならない。だから、数直線上の点には「部分」があってはならない。拡がりがあってはならない。ところが、現実の点は揺れており、部分を持たない状態には無いのである。つまり現実の数直線は「幅のない長さ」というものでも、「点」の集合とも言えない。従って数直線は現実の直線ではなく、これも観念の世界でしか、実数に対応するもの、と認められないのである。

　兎も角、算数・数学で学習する対象、自然数をはじめとする数、点や直線を構成部品とする図形など、そしてこれらの関係を扱う関数や写像迄、悉く現実の世界のものではない。このことを熟知しているのは、数学担当の教師以上に、勿論数学を研究する者以上に、算数・数学の学習に勤しむ児童・生徒たちである。おはじきや林檎を通して算数の第一歩の学習の段階から、弁えていたのである。

## 三、現実とは異なる算数・数学の世界

　現行中学校学習指導要領では、教科数学の「目標」の前文に、「数学的な見方・考え方を働かせる」ことが強調されている。ここに謂う「数学的な見方・考え方」とは、事象を数量や図形及びそれらの関係などに着目して捉え、論理的、統合的・発展的に考えること、と

説明されている。

同じく高等学校学習指導要領の教科数学の「目標」は、

○　数学的な見方・考え方を働かせること
○　数学的に考えること
○　事象を数学化したり、数学的に解釈したり、数学的に表現・処理したりする
○　数学を活用して事象を論理的に考察する
○　数学的論拠に基づいて判断しようとする

のように整理出来るものとなっている。

何れも「数学的に」という文言が並ぶが、数学的に見て、考える対象は、「事象」であることも示されている。事象とは現実世界に生起する出来事であるから、現実世界の出来事を数学的に見、考えることが出来るということが、数学の学習の目的だと言う訣である。以前の学習指導要領でも「事象を数理的に」という表現が踊っており、当時から現実世界を数学的或るいは数理的に見て、考えることが慫慂されていた。

事象を数学的に見、考えることは、現実世界に生起する出来事を数学の手法を適用して処理するということであり、これによって快適な生活や活動が可能となる、という主張が、学習指導要領の文言から窺える。「事象」を見、そして考える場合の「数学的に」を説明して、



「目的に応じて数・式、図、表、グラフ等を活用し、論理的に考え、問題解決の過程を振り返るなどして既習の知識・技能等を関連付けながら統合的・発展的に考えることと」としている。つまり数学は「活用」という形で現実世界の中に存在意義を持つ、ということである。

ところが、おはじきや林檎の買い物は、日常の、つまり現実世界に生起する出来事であるが、これらは数学の世界の概念や考え方の理解を助けるために利用されたものであり、目的は飽く迄も数学の世界の中にある。算数や数学の学習を重ねることによって、後々現実世界の出来事を考えるのに利用出来る方法を会得することになる、そのスタートである自然数の概念の導入には、逆に現実世界のおはじきや林檎が動員され、そこに現実世界との深い溝があることを知らしめられるのである。五感では知覚出来ない数学の世界を理解するためには、知覚可能な現実世界のおはじきや林檎が有効である、おはじきや林檎は現実世界と観念の世界である算数・数学とを繋ぐ架橋であろう、と短絡的に思い付いたものの、却ってその逆の効果、両者の間の深い溝の存在を見ることになって仕舞ったということである。

この溝を意識している故に、算数や数学の授業に臨むに当って、彼等は気持ちを極く自然に現実から切り替えて、算数・数学の世界に入って行く。

「一〇個の蜜柑がある。この中から四個を選ぶ方法は何通りあるか。」

林檎と並んでよく利用される蜜柑がここに登場する。確率の前段となる「場合の数」の場面での典型的な問題である。少しく細かい点に

注目すると、「何通り」と言って、日常の身近な表現である「組合せは？」と尋かないのは、この場合に利用するのが「順列」なのか「組合せ」なのかの判断をも併せて問うているのであり、別の見方をすれば、意地悪である。それは兎も角、この問題に対する生徒の意識は既に日常の現実のものではない。事象としての光景は、蜜柑を四個買う場合、陳列されている箱の中に一〇個入っていて、この中の四個を客が籠に入れてレジに持って行く、というものであろう。

　この場合、客はあれこれ選ぶことは無い。一目見て大きさが揃っているようであれば、迷うことなく、どれでもよいから四個を手に取って籠に入れる。他方不揃いの蜜柑が箱にあったとすると、これも迷うことなく（多分）大きさの順に四個を籠に入れる。二一〇通り総ての組合せの蜜柑を並べて、その中に気に入った組合せの蜜柑四個を決定する、などという悠長なことは、余程の暇人か変人でない限り、試みることはあるまい。大体何通りなのかを考えようともしないであろう。生徒はこのような日常を忘れて、或るいは無視して、気持ちを数学の世界の中に没入させて、組合せの公式を思い出して計算に取り組む。「何通りか」と尋かれれば「〇〇通り」と答えなければならないが、だからと言って日常論理から「一通り」と答える訳には行かない雰囲気が数学の世界には漂っている。問題文が右のような骨格だけならば、成る程数学臭が芬々だが、これが「蜜柑を四個買ってくるように頼まれて、……」のような状況が設定されていたら、それでも数学の問題なのだから、日常の買い物のケースを前提に考える意志も持ち得ない。

　数学の授業を通して学習した場合の数の考え方や計算方法をとることで、現実の買い物が快適になる訳ではない。買い物での商品の品定めの経験が、場合の数を学習する数学の授業に生かされることもない。蜜柑は現実の行為、事象の世界と数学の世界を繋ぐものとはなり得ないのである。架橋というのは数学教育関係者の幻想でしかない。両者の溝を埋めるという試み自体が、ごまめの歯軋りであることを自覚せねばならない。

## 四、大小関係と優劣関係

　横書きの文章を普通とする地域の多くは、行内の文字は左から右へ、行は上から下へと流して並べる。（我が国の場合、以前は縦書きで、行は右から左へと流して並べていた。額に飾られた明言などは横一列で、これも右から左へ書かれているから、現代人がこれを読むのに困惑する。例えば筆者の母親の実家には、左から読むと「けまをねたきよ」となる額があったが、これは実は「よきたねをまけ」（良き種を蒔け）であることは、右から読むものだと知ってから理解出来た。このような横一列の文は、縦書きの各行が一文字の場合だからということで、飽く迄も縦書きであり、従って右から読むものであった。）

　歴史年表など歴史の流れを横書きで纏める場合も、上から下へと年

代順に並べる。この意識は「時代を遡る」なる表現に重なるものであり、筆者としては違和感が無い。ところが地学の教師は、時代の流れを下から順に並べるのを常識としている。地球の誕生以来の歴史は、堆積物によって確認されるものであり、堆積とはその名称が示すように、下から積み重ねられるものである、ということから、時代の流れも自然のこのような振る舞いに従って、下から上へと並べるのだという。

　地学の世界の流儀を所謂歴史時代、特に年代が明確（らしく）されている部分の歴史を記述する場合は、年代の古い時代が下で、新しい時代が上に並ぶ。年代を示す〝数〟を見ると、小さな数が下にあり、大きな数が上に来ることになる。

　昨今インフラのようにその利用が生活の基本部分を覆うことになっている情報機器の世界では、情報の更新が容易なこともあり、新たな情報が次々と目の前に現れる。所謂最新情報が、ページを開いた途端に目に触れるようになっており、これを横書きの一覧表にする場合、新しい情報が最上段に置かれる。この場合、日付を表す〝数〟は、広い意味で、下方には小さい数、上方に大きな数が並んでいる。地学の世界は特殊なものではなく、情報機器関係にも通じるものである。何れも、小さい数は下に、大きい数が上に置かれる。

　自然数をはじめとする〝数〟は「大きい」「小さい」と表現する。つまり数には明確な大小関係があり、これが現実の事象と結びつくと、その抽象性を越えて具体的な性格を表すことになる。各種辞典にその様子を見ると、先ず「大きい」「大」に就いては、その形状の性質以外の意味があり、その中に、

○女郎の格付けで高級な位。品川遊里で、揚代十匁の女郎をさしていう

○官職、位階などを表わす語の上に付いて、その中での最上である意を添える。「中、少」に対する。「大納言」「大僧正」「大宮司」「大初位」など。

○年長である。成長している。

○価値がある。重大である。

○規模が大である。盛んである。豊かである。

○度量などが広い。寛大である。

○盛大なさま。偉大なさま。寛大なさま。立派なさま。

○重大なさま。重要なさま。

○心が広いさま。寛大であるさま。

○恩徳、利益などが大であるさま。価値があるさま。

○地位、身分が高いさま。

○大きい、また、偉大な、の意を添える。「おおき海」「おおき戸」「おおき聖（ひじり）」など。

○同官のうちの上位であることをあらわす。「おおきまつりごとびと」「おおきものもうすつかさ」など。⇔少（すない）。

○ 同位階のうちの上位であることを表わす。「おおきみつのくらい」など。⇔従（ひろい）
○ すぐれてりっぱである。「大王・大徳／偉大」
○ 重要である。「大事」
○ 等級・位がこの上なく高い。「大学・大臣・大統領」
○ その社会で水準以上にすぐれていること。盛んなこと。りっぱなこと。また、そのさま。
○ 序列が上位・年長であることを表す。「大先生」「大番頭」「大旦那」「大女将（おかみ）」
○ 尊敬・賛美の意を表す。「大御所」「大江戸」

という説明が並ぶ。何れも序列の「上位」や「優れている」を意味している。

他方「小さい」「小」に就いては、矢張り形状を超えて、

○ 名詞や用言などの上に付いて、軽んじたり、やや馬鹿にしたような意味を表わす。なまはんかな。「小せがれ」「小憎らしい」など。
○ 年齢が少ない。成熟していない。幼い。
○ 事柄の価値や重要性が乏しい。些細である。
○ 行動や動作、つくりなどについて、その規模が小である。また、人物、気持などが卑小である。度量が狭い。
○ とるにたりない。「小身・小臣」
○ 小さいこと。重要さの程度の少ないこと。また、そのもの。
○ 名詞や用言などに付いて、軽んじたり、ややばかにしたりするような意を表す。「小せがれ」「小利口」「小ざかしい」

などが並ぶ。「大きい」「大」の対義語として、序列の「上位」や「優れている」の対極にあり、「下位」「劣っている」を示すものと説明される。

大小を比較する迄もなく、総じて「大きい」「大」は優位を表し、「小さい」「小」は劣っている状態を示す。従って大小は優劣に対応するものということである。

大小関係が優劣関係を表すとする意識は、数（値）の大小関係が優劣を表すものという意識に発展する。この発展は既に学校教育の中に身を置いた途端に醸成される。学習の成果を評価するのは、学校教育にあって必須の作業であり、様々な場面でなされる。試験の得点、評定、その他殆どの評価は〝数（値）〟を以てなされる。そして得点も評定も、その他の場面でも大きい数（値）の方が高い評価とされている。数（値）で表される評価は、数が大小関係を厳格に示すことから、能力等を序列化することになる。得点が六二点の生徒と六三点の生徒は、僅か一点の差であっても、六三の方が六二よりも確実に大きいことから、六三点の生徒の方が優秀ということになる。

試験の得点のような能力や態度の数値化に於ける問題や課題は別に論ずるとして、兎も角一旦数値化されると、数（値）の大小によって様々なものの優劣が判断される傾向は極めて強い。数（値）という形に変換（?）されると、その大小が優劣を示すものとの思い込みが蔓延する状況を有り難いことに、何らかの行動を決定するための判断の根拠として、或るいはその行動を起こすことを納得して貰うために、数（値）が利用される。特に自然科学にあっては、判断の根拠の殆どを数値資料に負っている。もっと直接的に金銭を扱う経済や金融関係は、数値で示される各種指標や指数を抜きにしては、考察は愚か語ることすら出来ない。更に、社会科学にあっても、判断に「科学的根拠を示せ」と要求されることが屢々である。「科学的根拠」とは、自然科学が拠り所としている数値資料に外ならない。数（値）は大小関係が明確であり、従って優劣も明確に判断出来るとの意識は、議論の余地の無い、客観的と謂う一種機械的な操作によって判断がなされる。思考の節約であり、寧ろ思考の停止、従って議論を避ける方策に持って来いである。

　スポーツの世界では、計測や回数によって優劣を判断する種目は、当然計測された数（値）の大小によって評価がなされる。ゴルフのスコアや所要時間、順位、着順、野球の防御率などは、その数値が小さい方が高く評価されるが、しかし他の多くの種目は、数（値）の大きい方が優秀な成績とされる。計測や回数は、数（値）が明確であり、それこそ議論の余地なく、得られた数（値）の大小で〝自動的〟に〝機械的〟に評価が決まる。その他の所謂演技種目、体操競技やフィギアスケート、判定に持ち込まれるボクシング、ノルディック・スキージャンプの飛型、等々も、審査員の感覚を数値化することで、表面上客観性を装っている。一旦数値に変換して仕舞えば、その大小に異論を投げることは在り得ない、ということであろう。或るいは議論の紛糾を避ける意味の数値化なのかも知れない。

　学校教育に於ける評価、自然科学に於ける判断材料、社会科学に於ける統計資料（これに就いては後に触れる）、そしてスポーツに於ける順位等決定資料等、身の回りの殆どのシーンで数値化は万能選手の様相を呈している。

## 五、序列化と数（値）

比較或るいは序列化の資料となる数（値）の様子を見ておく。

　野球の打者部門に就いてみると、先ず本塁打は、本数を加算する。外野のフェンスを越えさえすれば、それを一本と認めて、飛距離の違いや、その時に塁を埋めていた数は考慮されない。

　安打に就いても、本塁打同様、基本は本数であり、それが単打か二塁打や三塁打或るいは本塁打であろうが、又それによって得点となるか、つまり打点に結びつくものなのかは、つまり安打の種類やその成果に就いては矢張り考慮されない。尤も安打数以上に、安打の総数を

打席数で割った〝打率〟を以て安打系の比較はなされる。

打撃三冠のもう一つの打点は、得た点数の総数を加算した結果であり、安打の種類は考慮されない。

野球の投手部門では、勝ち数や負け数は、試合数を謂い、点差や投球回数は考慮されない。

奪った三振の数は、三振を喫した打者の数であり、カウント経過、ストレートなのかフルカウントからか、或るいは見逃しで決まったのか空振りで決まったのかは、スコアブックには記載されていても、奪三振数には反映されない。

防御率は、〝率〟というから、単なる加算や合計の数ではなく、自責点を投球回数で割っている。この場合の自責点は、投手の責任で奪われた点数の合計であり、その奪われ方の詳細は考慮しない。本塁打で奪われたのか、押し出しの四球だったのか、などは率の計算にあっては無視される。当然奪われた点数の合計が問題になることから、この数字は小さい方が投手としては優秀ということになる。

ここに見える〝〇〇率〟という場合、計算の最初の過程は、合算或るいは合計を求める、つまり足し算であり、飽く迄もこの合計が基本となって進められる。従って他の合計点や本数の場合同様、先ずは足し算の段階で評価の観点や姿勢が明確にされる。例えば本塁打は一発を〝一〟として、他の属性には目を瞑るものである。米大リーグ、エンジェルスの大谷翔平選手が、一四〇メートルの〝大〟本塁打を放っても、〝大〟を記録する余地はなく、フェンスぎりぎりでスタンドに飛び込んだ本塁打と同等の価値しかないのである。この状況を記憶して措きたい。

これら「考慮されない」とする観点が目立つのに対して、塁打数という統計が、或る程度考慮する姿勢を持ったものとして特異である。安打をその規模（？）によって数値化するもので、単打は一、二塁打は二、三塁打は三、本塁打は四、として、各安打にこの数を乗じたものの合計を塁打数と謂っている。後に述べるが、統計分野ではこの方式を「重み」を付ける、と謂う。塁打数は、安打数や本塁打数では見えない安打の実態を或る程度反映するものと思える。しかしこれは所謂三冠王云々には寄与していない。

野球の塁打数に似たものに、籠球の得点方式がある。籠球にはシュートは基本二点であるが、シュートを試みる位置によって、三ポイントシュートなるものがあり、得点はこれによって合計する。しかし、だからと言って自陣ゴール下からシュートして、これが五ポイントに相当する、というような考え方は無く、二点か三点のみで、規模をそのまま点数に反映するものではない点は、中途半端な印象を与える。

数（値）が能力や成果その他の程度を示すものと認められた時、数が大小関係を明確且つ厳格に表すものであることから、当該能力や成果その他は、換算（？）された数（値）を介して、優劣の比較は勿論明確に見える訣だが、それが二者に限らずより多くを対象にした場合、

序列化が可能となる。逆に、序列化が必要となる場面では、数（値）化は非常に強力な武器となる。尤も、この強力イメージは、例えば学校教育に於けるような、基本的に序列化を必要としないものをも容易に序列化を試みることにもなっている。これに就いては別稿に譲る。

序列化の結果は順位という又別の数（値）で表される。これも野球を例にとると、右に見たような本塁打その他の個人成績は、各部門毎に順位が決まる。その結果、例えば首位打者（打率トップ）と二位の間の打率の差が大きくても小さくても、一位は一位、二位は二位であって、〇・〇〇〇一の差であっても、順位を細かく刻む、つまり自然数を更に細分することはない。ストロークプレイのゴルフでは、打数の合計の多寡で順位が決まる。その結果例えば三位と四位の間の打数の差が一であっても三であっても、飽く迄も何れも順位は三位と四位であって、打数の差が順位従って獲得賞金の額に反映するものではない。順位は自然数であって、三・五位など在り得ない。

より短時間でゴールインを目指す競技、例えば陸上競技のトラック競技や競馬、競輪、競艇その他時計の示す時間によって順位が決まる競技やスポーツもこの方式であり、タイム差が一〇〇〇分の一秒であっても、一分であっても、その差の違いは順位そのものには反映されない。特に結果によって払い戻し金が決まるギャンブル的なものでも、例えば競馬で一位入線と二位入線の差が、所謂鼻差であっても、五馬身差であっても、払い戻し金を操作することはしない。兎も角着順のみに注目するのであって、言ってみればどんな場合でも着差は「同じものと考える」ということに似ている。この考え方に納得出来なければ、賭けに臨むことは出来ない。おはじきを「同じものと考え」て飛び込んだ算数・数学の世界の姿勢が、このような場面で頭を擡げて来ている様相である。

尚、二〇二一年の米大リーグのペナントレースに於ける大谷選手の本塁打量産の所謂快進撃は、投打の二刀流とは言い乍ら、出場試合数、特に打席に立つ回数の多さに依る所が大きいと思われる。その前の年迄は、投手として力を発揮出来るように体力その他の負担を軽減する意味で、登板前日の試合は休養日に当てるなど、打席数は可成り少ないものだった。しかしこの年はその配慮（？）に無頓着であるかのように、略々毎試合出場し、登板に当っても投手のみではなく、打席にも立っており、本塁打を狙う機会が増加している。このことが大量の本塁打に繋がっている一因であるということは容易に考えられる。この例からは、本塁打に就いて、打席数とは無関係に集計するというのは、一般論としても手放しの納得とは言い難い。この意味では、打率と同じような、単純集計の本塁打数を打席数で割るなどした〝本塁打率〟のような数（値）の導入を考えてもよいのではないか。

## 六、コロナと数（値）

　新型コロナ肺炎の感染拡大に就いて、毎日発表される感染者数は、野球の本塁打数のカウントと同じく、感染の程度が異なっていても一人は一人として数える。大谷選手の本塁打数が、打席数にも関係しているだろうことは、右に見たところであるが、コロナ関係では、本塁打数に当るのが感染者の実数であり、打席数には検査数が当る。従って当然のこと、感染者数は検査数と無縁では在り得ない。従って、感染者数が多い場合、それでも現状を危機的状態ではないと主張する人たち（楽観派）は、

「感染者数が多いのは、検査数が多いのだからであって、これを以て危険だということは出来ない。」

と言い、他方月曜日の発表などで感染者数が少ない場合、それでもこの状況を危ぶむ向き（危機意識派）は、

「検査数が少ないのだから、感染者数が少ないのは当然であって、この数字のみを以て危険は去った、或るいは減少しているということは出来ない。」

と言う。何れも数値資料を恣意的に利用しているが、折角大小関係が明確に表される筈の数値資料を、明確な部分に踏み込まずに、曖昧なまま故に、このような解釈が実現して仕舞う。

　本塁打同様、感染者の数のみを公表していることから、このような推測を根拠とする言説が生まれるのであり、これに検査数を併記すると、どちらの立場の主張が近いのかが、見えて来る。例として二〇二一年、感染拡大の第五波とされる七月末から八月にかけて、東京都が発表した感染者数と検査数（これは幾つか発表されている文書の中の一つのみに記されており、他は皆これを記載していない）を併記する。

| 日付 | 感染者数 | 検査数 |
|---|---|---|
| 〇七二六 | 一、四二九 | 一四、八九〇 |
| 〇七二七 | 二、八四八 | 一四、〇二五 |
| 〇七二八 | 三、一七七 | 一一、二六〇 |
| 〇七二九 | 三、八六五 | 一一、二二八 |
| 〇七三〇 | 三、三〇〇 | 一三、五八七 |
| 〇七三一 | 四、〇五八 | 一二、八五六 |
| 〇八〇一 | 三、〇五八 | 八、一〇二 |
| 〇八〇二 | 二、一九五 | 二、八一一 |

　感染者数のみからは、〇七三一から〇八〇一、更に〇八〇二へと減少しているが、検査数も矢張り減少しているから、何れも減少しているという点では楽観派危機意識派もその根拠とする所の観測は誤ってはいない。しかし問題はその程度である。減少の程度が感染者数と検査数とに違いがある点を見落としている。寧ろ見落とすことで、つまり曖昧なままにすることで、自説に有利な根拠とし得るところを利用

していう風すら窺える。この曖昧な点を回避するには、打率同様に、感染者数を検査数で割った、〝感染者率〟を考えるのも一方法である。しかし東京都も殆どのマスコミも、この数を全面に出すことを躊躇っているように、全面に出すことをしていない。兎も角、我々は右の資料に基づいて〝感染者率〟を計算してみよう。

| 日付 | 感染者数 | 感染者率 |
| --- | --- | --- |
| 〇七二六 | 一、四二九 | 〇・〇九五九七 |
| 〇七二七 | 二、八四八 | 〇・二〇三〇六 |
| 〇七二八 | 三、一七七 | 〇・二八二一五 |
| 〇七二九 | 三、八六五 | 〇・三四四二三 |
| 〇七三〇 | 三、三〇〇 | 〇・二四二八七 |
| 〇七三一 | 四、〇五八 | 〇・三一五六五 |
| 〇八〇一 | 三、〇五八 | 〇・三七七四四 |
| 〇八〇二 | 二、一九五 | 〇・七八〇八六 |

〇七三一から〇八〇一、更に〇八〇二へと、検査数に対する感染者数の割合は、感染者数の減少とは逆に、増加しており、検査数の減少に見合うものではない、ということが知られる。この資料からは、楽観派は沈黙せざるを得ない。つまり感染は拡大していると言える。

　尤も、感染率（陽性率と謂うらしい）が〇から一迄の小数で示されて、従ってその推移（違いや差）が「〇・△□」のように表されるのは、感染者数が三、〇〇〇とか四、〇〇〇を超えることに比較すれば、そのインパクトの度合いは大きく異なっている。受け手のこのような心理に訴えることが、危機的状況である旨を一般人に知らしめる効果的な方法であるとして、感染率を全面に出さないことにしたのであろうと、勘ぐりたくなる。

　感染の人数或るいは割合に話題が集中するという社会的な関心の一方で、社会の成員である個々人は感染内容に就いて無関心ではいられない。感染者数と感染内容や程度とは又別に見る必要があり、そこに大小関係を明確にする数（値）が介在することで、感染者の程度の有り様を確認することが出来る筈である。ここに野球の塁打数の計算或いは塁打数率のような指標の導入が意味を為す筈である。

　感染者の状況というのは、公表される機会が少ないものの、大雑把には、重症病棟入院、入院治療、入院待機、宿泊療養、それに（これは妥当な処置なのか非常に疑問ではあるが）在宅療養、のようにランクされているようである。これらに評定宜敷く数値を割り振り、例えば（正式には、重症、中等症Ⅱ、中等症Ⅰ、軽症、の四段階に分類されるということだが）重症は五、入院治療は四、入院待機は三、宿泊療養は二、在宅療養は一、のように点数化し、これの合計によって社会全体の感染状況を示す指標とする、などの方法も考えられる。所謂〝重み〟を付けるのであるが、この各段階の点数化が妥当なものでなければ、意味をなさない。例えば右の例で謂えば、重症者は在宅者の五倍の意味があるのか、というような問題であり、重み付けという作

業が慎重さを要するものであること、学校の試験の配点にも通じる大きな課題である。尤もこの作業が順調に進めば、社会における医療の在り方や取り組みを実践と結び付ける大きな力になる数値を得ることが出来る筈である。その意味でも、患者数のみに注目することが、どの感染者も「おなじものと考える」姿勢を疑いなく踏襲していることにもなり、算数・数学教育の成果（？）の一つとして、考えさせられる。

## 七、求められる理由や根拠

武田砂鉄の『わかりやすさの罪』（朝日新聞出版）に、知り合いからの話題として、

> とにかく学校の現場で「なぜなら」が重視されているということ。子どもが、その日に思ったことを短い文章にして書く。楽しかった、怖かった、気持ち悪かった、悔しかった……と書くだけではいけない。なぜそう思ったのかを書かなければいけないのだという。これは、実際の彼（知り合いの子ども＝引用者注）の文章というわけではないが、「花火がきれいだった」と書いたとする。それだけではなく「なぜなら」を付け足さなければならず、「たくさんの色があったからです」とか「お花畑みたいに見えたからです」などと書き添えなければいけない、そう思った理由が必須なのだ。

と、子ども達に理由を求める教育が行われている学校現場の現在の様子を紹介している。ここで思い出すのは、何人かの中学生が職員室に窓から入って来たことがあったという時のことである。教員の打ち合わせの場で一人の教師が、「最近窓から職員室に入って来る生徒が居ます。危険ですから、止めるように注意しましょう」と発言した。目撃或るいは発見した当座に当該生徒に注意するのではなく、後になって教員の賛同を得て「注意しましょう」と促す辺り、教師として如何なものかと思うが、そのこと以上に、「危険ですから」と理由を添えないと注意を促すことが出来ない点、現在行為や意識に理由を求めるという学校の様子の先蹤のように思うのである。筆者としては、窓は出入りする所ではない、という一事が、窓から入るものではない、とする〝常識〟であり、「危険だから」入ってはならない、のではない。穿った見方をすれば、危険でなければ許される、ということになり兼ねないのが「危険だから」という理由付けである。この論理は、「他人の迷惑になることをしてはならない」という警句の危うさに重なる。論理を摺り替えると、「他人の迷惑にならないことならば、許される」ということになる。（これが論理の摺り替えであるということは、高校生の論理の分野で学習することで自明の筈なのだが）

高校生が受講する科目を選択する場合、その選択の理由、根拠を担

任に説明する、という学校が少なくないらしい。受験科目であるとか将来の専攻に必要だということだから、という理由が述べられる。ところが受験科目でもなく、将来の専攻とも関連が認められない科目を選択する場合は、「何となく」とか「自分に合っていると思われる」或るいは「好みの科目だから」という理由では、担任教師は更に詳細を求める。明確な理由の無いままに、或るいは言葉で説明することが出来ない感覚的な理由など、結構あるものだが、明確な理由の説明が行為の前提として〝無くてはならない〟という訣である。

理由や根拠の説明は、聞き手の納得が実現しないと意味が無い。物によっては、相手が納得しなければ、行動を始めることが出来ないというケースもある。許可によって行為が可能となる場合、又は集団内での合意を必要とする場合、等等がこれに当る。

そして、確実な納得を促すのに有効な材料が、厳格な大小関係を示す数値資料である。甲乙二つの行動の何れをとる可きか、それらによる結果を想定した数値が資料として提示され、ここに僅かでも差があれば、機械的に判断は確定することになる。数（値）の大小関係は、優劣（或るいは劣優）を如実に示すものと意識されるのだから。あらゆる場面で〝理由〟が求められる現在、数値資料の威力に頼ることが有効かも知れない。そしてこのことに気付いている向きは、様々な場面で数値資料を駆使して理由を述べて、時には多くの人の行動をも促している。

## 八、割合を求める

或る集団や集合全体の個数で、問題となっている部分の個数を割る、つまり全体の中での割合を求めることは、その集団や集合の、問題とする観点に関する傾向を知ることに通じる。各種調査は主にこの方法で行われるが、集団や集合の規模によって、全数調査の場合と標本調査の場合があり、世論調査や視聴率調査は全体の中から抽出された標本を代表として行われる。

個数（或るいは人数）に関する割合の計算は、除数・被除数何れも個数（人数）つまり自然数であり、個数の各々を「同じものと考える」ことを前提としてなされる。この事情はおはじきを「同じものと考える」ことと変わらない。

二五個の林檎に対して一〇個の林檎の割合、と言う場合、二五個が異なる重さの集まりだとすると、重さに関する割合は、単純に一〇を二五で割る訣には行かない。個数に就いて、という限定された条件の下でのみ、一〇割る二五は意味がある。この時、重さの違いは無視しなければならない。つまり二五個は「同じものと考える」のである。

社会世論の動向や傾向を見るのに、話題となっている観点（事象と言ってもよい）に対する関心の持ち様は人それぞれであろうが、しかし世論調査でも視聴率調査でも、自然数で割って算出された結果のみが数値資料として公表される。個々人の関心の程度やその他の要素は考慮されない。自然数のみの処理故に、関心の程度その他は

「同じものと考える」ということであり、被調査集団は均質であることとされていることになる。これは可成り強引な〝看做し〟であり、現状をそのまま数値化することにはならない。

　現実世界との間に埋め難い溝を意識し、現実の生活や活動とは相容れないものと割り切って、「同じものと考える」ことを算数・数学の世界に閉じ込めて学習を進めて来たにも拘らず、現実世界の動向や傾向を見るための割り算にあっては、算数・数学の世界から「同じものと考える」を救い出して、これに頼っている。

　おはじきや林檎を思い出した結果ではない。個々（人）の関心や能力その他の度合いをも勘案した統計でないと意味がないことを知らない筈はない。大小関係を明確にする数（値）に換算（？）することで、比較等解釈が容易になることに頼ることを考えても無理はない。現実は均質ではないのだから、この側面をも数値化することが必要なことも弁える筈である。学校にあって試験の配点を考える作業に重なるのであるが、この数値化は、関係者或るいは一般にも妥当なものと認められなければ、統計そのものの信頼は得られない。しかし個々（人）をこのように数値化するのは多大な困難を伴う作業となる。非常に関心を以て様々な資料に当って研究に近い活動に勤しんでいる者と、概念をも不如意で殆ど無関心という状態の者との違いをどのように〝重み付け〟するのか、数値をどのように割り振るのか。これらをクリアーするには非常に多くの時間と労力を要するであろうことは容易に理解出来る。世論調査にしろ視聴率調査にしろ、速報性が一つの課題であることを考えると、数値化の基本線の確定のためにに費やす時間の多さは痛い。加えてこの被調査者の一人ひとりが、どのランクに位置するかを確定する、つまり評価することにも非常な困難が待ち構えている。誰が、どのような権威を以て行うのか。

　これらの困難を避けることに気持ちが傾くのも理解出来る。従って、綿密な調査を断念し、被調査者を均質なものと「考える」ことで乗り切ろうという訣であろう。幸い、各種調査の多くは全数調査ではなく、標本調査であり、標本の中での割合には全数での割合との間にズレを含むものであり、現実をそのまま表したものではない、という性格にも頼ることで、「大雑把ではあるが」という含みを持たせた割合を採用することになっている。

　兎に角現実の社会は複雑である。この複雑な様子を大小（つまり優劣その他の比較）を明確にする数（値）によって一列に並べることが、解釈を容易にするものであると考えるのは理解出来ないものではない。しかしトコトン社会の傾向等を見るためには、多くの時間と労力を覚悟しなければならない。これでは調査その他の意味が薄れることを思えば、社会を均質なものとする、つまり単純化を採用することで乗り切ることになる、その様子を見て来た。

　複雑な状況を単純化する姿勢は、物理学が屡々利用する〝摂動〟という手段を連想する。物理学が数学の手法を頼りにして成り立つ学問であることは周知のことであるが、その多くは物理学の目から見た現象その他から立てられる微分方程式の解を求めることにあるという。

ところが、微分方程式の解と一言で言っても、容易に求めることが出来るものは僅少、更に、解を求めることが出来ないの方が、求められるものを遥かに凌ぐ程に多いという事実。これに対処する場合、比較的容易に求めうる方程式を利用し、それを近似解とするのである。このテクニックを〝摂動〟と謂い、一見単純な運動に見える単振り子の運動方程式も、この方式を利用しないと解く（勿論近似解ではあるが）ことが出来ない。敢えてこじつければ、物理学の摂動も、根本にはおはじきの記憶に依るものかも知れない。物理学が複雑な現象を単純化することで法則を比較的容易に発見する姿勢は、例えば「質量はあるが体積を持たない、つまり重さのある〝点〟である〝質点〟を利用することに典型的に現れている。拡がりがあると複雑過ぎて困る。又「外部から力を加えても変形しない物体」である〝剛体〟も、複雑さを回避するために頭の中で発明された単純化の成果である。そして単純化は算数・数学の世界の活動には非常に相性が良いのである。

## 九、同様に確からしい

おはじきや林檎などの身近なものを〝出汁〟にして、算数・数学の世界に親しみを感じるように児童、生徒に迫るのが、学校での学習指導の一側面である。この段階では、純粋数学の本質である公理的な俤があってはならず、概念を定義する場合は、「例えば現実には△△のような」と現実世界の中にモデルとなる具体例の説明が可能となることが求められる。

ところで、自然数を自然数で割って得られる〝割合〟が、個数に限定された、つまり各々が皆「同じものと考える」ことを前提にしなければ意味が無いことを見て来たが、矢張り個数を個数で、自然数を自然数で割って求められるとする点を導入部として取り組むのが、確率の学習である。

学校数学で扱う確率は、マルコフの提唱した公理的確率が学校教育にそぐわないことは明らかである。従って学校ではラプラスの定義に従った所謂古典的確率がその内容となる。

ラプラスの定義は『確率の哲学的試論』（岩波文庫）で知ることが出来る。翻訳者内井惣七氏がこの定義を比較的現代人にも理解出来るように言い替えている。曰く、

> ある事象の確率は、まず（一）その事象を構成する基本事象に遡り、互いに排反ですべての可能性を尽くす同等に可能な一群の基本事象を同定し、次に（二）その事象を実現する基本事象が何個あるかを決定し、最後に（三）その数と基本事象の総数との比によって定義される。このとき、「同等に可能」ということの基準は、それらの基本事象の存在に関して「われわれが決めかねる程度が同じ」という認識上の基準であり、これは後世の人々によって「無差別の原理」と呼ばれるものである。

（三）に言うところの「その数と基本事象の総数との比」、つまり話題となっている事象の数を全事象の数で割って得られるのを確率と謂う、と言う。つまり確率は自然数を自然数で割る、という作業をベースに成り立つものであるということである。

学校での確率そして統計の学習は「場合の数」を扱うことから始まる。ラプラスの定義から明らかに、確率は事象の個数つまり場合の数を場合の数で割って得られる数のこと故に当然のことである。

現実の生活の中にモデルとして物品や活動を利用するのは学校教育にあって単元の導入の場の基本であり、場合の数にあっても例外ではない。場合の数では、経路、籤抽き、賽子の目、硬貨の表裏、トランプ、それにおはじきや果物、更に委員の選挙、整列の順序などが利用される。これら具体的な場面それぞれに就いて、計算の意味その他を会得する。基本は場合一つひとつをコツコツ数えて行けばよいが、それでは時間が費かる、ということから、加法の非効率性を超えることを口実に乗法を導入するのに似て、数える以外の方法の習得を目指す。そしてどの場面にあっても、結局は並べ方（順列）と選び方（組合せ）の計算に帰着することを知る。

この時、例えば一つの賽子の目が出る場合の数は六通りである。このことは数えるだけで明らかであるが、目の一つ或るいは幾つかの目が他の目より〝出易い〟かどうかに頓着しない。六本の経路から一つを選ぶ時、所要時間が異なっていても、場合の数は「六通り」である。実際教科書その他に記載されている曲線経路の図は、その長さは揃っていないものが殆どである。

場合の数の計算（考え方そのものではない点は後に触れる）が習熟した後、場合の数を場合の数で割る確率の世界に入って行く。表面的に見れば、場合の数の算出には不安がない状態にある筈だから、機械的に、話題となっている事象の場合の数を、全事象の場合の数で割ることで、確率を求める一連の作業は終了する。

しかし、ここで一歩踏み留まらなければならない。それは、この割り算が、自然数である場合の数を、これも自然数である場合の数で割るという状況にある、ということで、果して自然数を扱う条件を満たしているかを確認する必要がある、ということを思い起こしたい。

画鋲を一つ投げて、針が上を向く、針が下を向く、の二通り（これを「起こり得る総ての場合の数」と謂う）であり、この内針が上を向く場合は一通りである。機械的な割り算では、この確率は一割る二、つまり二分の一（〇・五）となる。しかし日常の経験からすれば、画鋲は硬貨が表と裏が略々同じ面になっているのとは異なって、上下が平等とは言い難い。全事象の場合の二通りは均質ではない。このような場合確率を二分の一と言う訣には行かない。この点はラプラスが定義の中で警告しており、確率の割り算は「同等に可能な」場合の数しか許されない、ということである。

話題にしている事象（この場合は画鋲の針が上を向く）は、全事象

（同じく、画鋲の針が上を向く場合と下を向く場合）の部分（集合）であるから、全事象の場合の数が「同等に可能」であるとすれば、話題にしている事象に就いても「同等に可能」であり、割り算の結果を確率としてよい。つまり、全事象の場合の数「起こり得るすべての場合の数」が「同等に可能」であることが確認出来れば、割り算に突入することが出来る。全事象を構成する要素（これを根元事象と謂う）が「同等に可能」であると確認する手順が、場合の数の学習を通して全事象の要素の個数が得られた段階に無ければならない。

「起こり得る総ての場合の数は○○通り」

の後に、確認作業を済ませ、「同等に可能」であるとなれば、

「これらは総て〝同様に確からしい〟」

と断り、そして話題にしている事象の要素の個数を算出して、

「この内、△△の場合の数は□□通り」

こうして割り算を敢行する条件が揃ったところで、割り算に取り組んで、確率を確定する。

　これが確率を求める問題の理想的な解答である。

（「同様に確からしい」という表現が「同様に」と「らしい」を含むことで、曖昧さが強調される嫌いがあって、それが誤解の因となっている気配を感じるが、これは確率という現実に起こる前、確定前のこと故の表現であることを抑えることで誤解が解けるであろう。実態としては「同じ」と言い切っていいものである。つまり、全く等しく起こり得る、ということなのである。）

　ところで、割り算の基本条件である均等かどうかに就いては、現実の事象に均等を望むことは出来ない。この事は既に縷々述べて来た。一分の違いも許さないトランプを作ることは無理であろうし、トランプを並べる際に並べる主体の思惟が関らないことは在り得ない。どの面も等しく起こり得る賽子は歴史上これ迄作られたことはない。感覚的或るいは常識的に弁えているこれらのことを重く見ると、割り算を基本にする限り、確率の計算は不可能ということになって仕舞う。そこで学校数学（更には純粋数学でも、理論物理学でも）お得意の「同じものと考える」に頼ることになる。但し、強引に「同じものと考える」ことが多方面で採用されると、画鋲の場合も「同様に確からしい」ということになって仕舞い兼ねない。そこで事前に「同様に確からしい」ことを窺わせる、或るいはそのように断言出来る根拠としての文言が与えられる。本来これが無いと「同様に確からしい」と確認することが出来ないのだから。そこで、トランプの場合は、

「一組のトランプを〝よく切って〟」

賽子の場合は、

「どの面も偏り無く出る賽子を」

「よく出来た賽子を」

おはじきの場合は、

「区別のつかないおはじきが」

のように、一文、一言で均質であると言う状況を宣言されることで、賽子やトランプ、それに委員選挙等現実世とは異なる単純化された数

学の世界に閉じ籠って計算に勤しむことになる。

しかし、昨今生徒に提示されたり課されたりする確率を求める練習問題に、右のように全事象が均質であることを示唆する断りがないままに設問を始めるものが多い。多いというよりも寧ろ殆ど断らずに問題文となっている有り様である。「サイコロを・・・」「トランプを・・・」から問題文は始まるもの許りである。その故だろうか、生徒の答案には全事象に就いて「これらは総て同様に確からしい」との断りが無いままに割り算に突入するするものが頗る多い。慥かに全事象が均質であることを言うお墨付きの文言がないのだから、「同様に確からしい」と明言する訣には行かないという事情を窺えないこともないが、ならば均質という条件に触れないのだから割り算は無理であろう。数学の世界に浸って仕舞えば、問答無用で「同じものと考える」姿勢に入り込む、おはじきや林檎の刷り込みの威力は絶大である、ということを思い知らされる。

論理の厳格さを一つの特質であることを標榜する数学の世界、推論や思考、計算操作の前提となる条件の提示は、明確かつ厳格でなければなるまい。出題担当者の責任は重大である。担当教師の責任はそれ以上に重いということ、論を俟たない。

## 一〇、統計のこと

確率と同単元で、或るいは確率に続けて学習するケースの多いのが、統計である。

二〇二一年八月九日（月）のテレビ朝日の番組『じゅん散歩』が、普段の月曜日は一〇時一二分頃迄メインの部分が放送されるのに、この日は一〇時〇八分で終って仕舞った。この時筆者の娘は休日（山の日の振替）だから早く終ったのだと言う。その根拠を質すと、

「私の統計によれば、そうなっているから」

と何とも理由にもならない返答であったが、ここに「統計」と表現していること、示唆的である。一個限り、或るいは一回だけの観測の結果ではなく、複数回の観測から帰納したもの、という意味が窺える。国語辞典は「統計」を次のように説明する。

「種々の数量をまとめて計算すること。また、そのまとまった数量。合計。」

「集団の個々の構成要素の分布を調べ、その集団の属性を数量的に把握すること。また、その結果を数値や図表で表現したもの。」

文の中では「統計をとる」「統計を出す」「就業人口を統計する」のように使われる。

前者のように合計を言うことは殆ど見られなくなり、現在は専ら後者の意味で使われる。ここに「集団」としていること、筆者の娘の言に符合する。このことから、並び称される確率と統計とが、対極にあ

るとも言える程に異なる性格のものであることが浮き彫りになる。

先ず、確率は一個の振る舞いを扱うのに対して、統計は集団や集合の動向や傾向を対象に考察する。そしてもう一つ、確率は確定していない未来のことを扱うのに対して、統計は過去の確定した出来事を纏めることを第一の作業としている。つまり全く異なる性格の両者ということになるが、しかし統計が過去を集約することで、これを足掛かりにして未来を予想する場面に、確率が頼りにされるのであり、従って全く両者は没交渉とは言えない。そして確率と統計は、その手法としては基本的に割り算が主役を演ずるものであることで、より親しい関係を窺うことが出来る。

統計が「集団の個々の構成要素の分布を調べ、その集団の属性を数量的に把握すること。」と説明されるように、飽く迄も集団、集合の全体としてその分布を見、動向や傾向、属性を数量的に把握するものであって、個々の構成要素を主役とするものではない。粘土細工は全体としての造形を見るものであって、構成する土の一粒一粒に拘泥るものではない有り様に譬えられよう。統計にあって粘土細工の形に当るのは個体、要素の分布であって、個体等一つひとつは粘土の粒同様に顧みるものではない。黒川伊保子は『妻のトリセツ』(講談社＋α新書)で、

> 集団Aと集団Bの間に差があること分かった時、それが統計的に『有意』であったとしても、それだけで、集団Aの構成員はこうで、集団Bの構成員はこうだ、とは決めつけられない。(中略)集団間にある分布の違いを明らかにすることと、構成員の個々の特性を明らかにすることとは全く違う。

と指摘する。炯眼である。

そして集団、集合の在り方を見るのに、統計を利用するのであるが、それを直接に担うのは分布である。

分布を見ることによって、複数の集団、集合の比較が可能となる。寧ろその比較を目的とするために、分布が必要になると言える。或る疾病の罹患状況を都道府県単位で統計をとると、都道府県の間の状況が比較出来る。このような同時期に複数の集団、集合に就いて比較するだけでなく、同一集団、集合にあっても、時間の変化に従って分布の様子を確認することで、状況の推移の様子を知ることが出来る。統計は分布を介して、集団、集合間の比較を容易にすることが出来る、応用としては非常に有効なものと言える。

このように統計の骨格とも言える分布の様子は様々な方法で確認される。報道や学校の授業にあって、単に文章だけによる説明や報告に留まらず、イラストや写真等の画像や、動画や映像を添える場面が益々多くなっている。視覚に頼ることで、文章のみでは難しかった理解が容易になる、画像や映像には文章以上の訴求力があるという見方、多くの支持を得られるものであろう。

統計にあっても、分布を目に見える形で表現することが行われる。

離散量の頻度の分布を示すのがヒストグラム。時系列で変化を示すのが、離散量では折れ線グラフ、連続量では曲線グラフ。割合を示すのが、棒グラフや円グラフ、それに箱ひげ図。二つの観点を同時に見るのが相関図。これらは所謂〝見た目〟つまり感覚によってその違いを見るのであって、多分に見る者の主観が入り込む恐れが充分にある。見た目での比較は、万人の納得を得るものとはなり難いのであり、権威は薄い。

ところで、これら視覚に訴える方法も、元になった資料は基本的に数値化されたもの、つまり数値データであり、これを平面図形に変換したものである。数（値）が、大小関係を明確にするものであることを考えれば、比較を明確にする性質の数（値）データを図形に変換した結果が、比較を曖昧にする恐れのあるものになって仕舞ったということになる。だからと言って、元になる数値データそのまま並べただけでは、その並び方（分布）を端的に表現することは難しい（だから視覚に訴えた訳である）。という所で、このような状況に対して、実に有り難い性質が〝分布〟にはあり、それが〝正規分布〟と言われるものの存在である。

特殊なケースを除いて、観点が様々であっても、集団、集合の個数、要素が多い場合、その分布が正規分布と呼ばれるものに近似出来るという性質が知られている。この正規分布を図示すると、スケールを調整することで、どんなものであっても相似になる、という嬉しい性質迄伴っている。そして正規分布の形は、平均と標準偏差のみによって決定される。逆に正規分布に従う集団、集合は、平均と標準偏差を求めるだけで、分布の様子を知ることが出来る。平均も標準偏差も、何れもが大小関係を厳格に示すことが出来る〝数（値）〟である。これは曖昧さを色濃くする視覚による以上に遥かに強力かつ権威を以て比較が出来るものである。

特に平均は、加法と割り算だけで求められ、それぞれの演算の意味が児童にも理解出来るものであることから、算数でも扱われる程にポピュラーであり、広く利用されている。他方の標準偏差が、加法と割り算だけでなく、平方や平方根などをも求める手順を含み、その演算の意味が比較的理解し難いことから、高校数学に至って漸く学習の対象となるなど、ネームバリューも無いし、従って利用される場面も限られる。このような事情から、専ら平均が集団、集合の〝代表値〟としてもて囃されているのが一般の事情である。

資料（データ）の分布（それも正規分布に近似出来るもの）を数知的に明確にするという目的を念頭に置くことではじめて平均（と標準偏差）が重要なものであると意識することになる筈だが、集団、集合が正規分布と離れた場合、更には分布そのものを意識しない場合でも、平均のみが集団、集合の代表値として主役の座に立たされている。平均のみで集団、集合の性質（分布迄を意識しない）を見ることの限界を感じる場合、最頻値や中央値等が平均に代わって利用することもあるが、分布に頼る、つまり標準偏差をも併せて見ることが出来れば、最頻値や中央値を持ち出さずとも、統計作業は的確に行われるの

に。尚、統計作業の応用面での推測や検定、更に相関関係を扱う場合も、平均と標準偏差が車の両輪のように振る舞い、最頻値や中央値の出る幕は無い。

## 一一、平均のこと

統計関係で最も利用され易く、且つ統計の中で基本的な概念である平均は、数学的には相加平均であり、資料（数値化されたデータ）を総て加えた合計を、資料の個数で割って求めるものであり、「一個あたりの量」というイメージに繋がる。ここに「割る」手順があることで、除数つまり資料の個数それぞれに就いて均質かどうかが問題になろう。

明らかに除数となる個数が均質ではない場合、このまま〝割る〟手順に進む訣には行かない。つまりこのまま割り算に進んで仕舞うと、集団、集合の実態とは離れた数値を得ることになる。そこで平均を利用して集団、集合の実態を見たい、という場面では、除数の均質化を経ることが行われる。その例が、株価の日経平均である。

日経平均株価は、日本経済新聞社が、東京証券取引所一部に上場する約二〇〇〇銘柄のうちから、市場流動性（売買の活発さや安定度）の高い二二五銘柄を選定し、その株価をもとに算出される。東京証券取引所で株式が立会取引されている時間帯に、五秒間隔で算出、配信されている。

株価は銘柄によって数十円から数十万円と差が大きく、そのまま単純に足し合わせた株価を二二五で割ると、高額な銘柄の値動きの方が、平均株価に大きく影響する。この状況を避けるために、総ての株価の合計を二二五で割って求めるのではなく、「みなし額面への修正」などを行う。

みなし額面による調整とは、様々な〝額面〟（旧来の呼称。会社を設立して株式を発行した時の一株の値段こと。五〇円もあれば五万円もある。）を五〇円に換算（額面五万円の株価が七五万円だった場合、五〇円は五万円の千分の一だから、七五万円の千分の一の七五〇円を「みなし額面」による株価として、これらの合計を被除数とする）して計算する。

旧額面が様々であることで、二二五個が均質ではないから、総てを五〇円に換算することで、二二五個を「同じものと考え」られる、という訣である。異なる〝重さ〟を均らす方法である。

計算結果はこれと同じことになるが、旧額面の五〇円を一個とすると、五万円は一〇〇〇個となるから、株価の方はそのままにして、個数に手を加える方法も可能である。この場合例えば旧額面七五円は、一・五個、となるから、除数は自然数に限らず、有理数に拡大することで、重みを勘案した平均を求めることが出来る。これが〝重み付け〟の平均というものであり、これが確率に於ける期待値に重なる。実際確率の期待値は、別名確率の平均とも呼ばれる。

確率の期待値は、数値化されたデータそれぞれに、その起こる確率を乗じたものの総和を謂う。それぞれのデータの確率が、統計の平均の場合の重みに当る。つまりデータが均質であることを想定しないのであり、「同じものと考える」呪縛から脱出を促すものである。又平均は「個数で割る」ものという意識からの解放される必要がある。「同じものと考える」均質化や単純化の姿勢は、数学的には多大な成果を得る程に貢献していることは慥かであるが、しかし事〝重み付け平均〟に関しては、「同じものと考える」均質化を一先ず措いて取り組まなければならない。

数学及び物理学にあって「同じものと考える」均質化や単純化の手法が貢献したのは、ニュートンとライプニッツによる微分積分の展開に於いてである。ここに連続量の平均の考え方が拘って来る。

人間一般単純化を有り難く思う意識が根底にあるように思われる。人生に山有り谷有り、という状態を疎ましく思うことで、均質な生活に向けてこそ努力の甲斐があるとする。大谷翔平の本塁打数の予想は、現時点でのペースがそのままに推移するという前提での話題であり、これはペースが一定、つまりペースの均質化を願う意識に外ならない。統計にあっても、様々に散らばっているデータに就いて、先ず近似出来る可能性を最小二乗法などによって最適直線に求める。データが直線上に並ぶことを願うのである。

ニュートンたちも、均質化からスタートした。関数をグラフ表示した場合に曲線になる連続量の分布に対して、曲線ではなく直線と〝看做す〟ことで、考察の対象を単純化することが、微分積分の入り口となった。ニュートンの流率も、ライプニッツの微分も、或る区間の〝平均変化率〟の極限をとることで誕生した。或る区間内の曲線を直線と考えることで、変化率は一定と看做すことになり、従ってこの区間での変化率は区間の両端の関数値の差を区間の幅で割って得られる。これを〝平均変化率〟と謂う。呼称に「平均」を含むからといって、総計を個数で割ることを基本とする統計の平均とは異なることに留意したい。

国語辞典類で確認出来るが、「平均」には必ずしも統計のものを意味するとは限らない。試みに日本国語大辞典精選版は「平均」を、

《名》（古くは「へいぎん」とも）

① 平らかで等しいこと。不同のないこと。また、不同のないようにすること。等しくすること。均一にすること。ならすこと。平等。

※ 菅家文草（九〇〇年頃）五・左金吾相公、於宣風坊臨水亭、餞別奥州刺史「努力努力猶努力、明々天子恰平均」

※ 日葡辞書（一六〇三〜〇四年）「クニヲ feiguinni（ヘイギンニ）ヲサムル」

※ 文明論之概略（一八七五年）〈福沢諭吉〉五「農の利と工商の利と互に平均する」〔詩経伝 - 曹風・鳲鳩〕

② 平定すること。統一すること。

※ 吾妻鏡‐養和元年（一一八一年）三月七日「諸国源氏平均可レ被二追伐一之条者無二其実一。所レ限武衛許也」

③ 常の状態とすること。病気などが平癒すること。

※ 浄瑠璃・清水観音利生物語（一六八一年頃か）二「此たびのみかどの御なふへいきんならしめ給へやと」

④ あれとこれがつり合うこと。均衡。つりあい。

※ 新聞雑誌‐一四号・明治四年（一八七一年）九月「消費すると復生するとの間に平均（ヘイキン）を保つに非れば」

※ 吾輩は猫である（一九〇五〜〇六年）〈夏目漱石〉四「心の平均を破る」

⑤ いくつかの数または量の中間の値を持つ数または量。平均値。また、それを求める演算。普通はいくつかの数または量の和をそれらの個数で割って得られる相加平均やその他の平均値をさすことが多い。中間の意味の取り方により、相乗平均、調和平均とよばれるものもある。

※ 滑稽本・古朽木（一七八〇年）三「三本平均の積にて買出したる桜の数二百六十本」

※ 文明論之概略（一八七五年）〈福沢諭吉〉二「一年の間に晴雨の日を平均して計れば」

【補注】 読みは、「文明本節用集」「日葡辞書」「書言字考節用集」にはヘイギンとある。しかし、幕末の「和英語林集成（初版）」や明治前期の「言海」にはヘイキンとあり、江戸時代後半にキは清音で読まれるようになったと思われる。

と説明して、統計の「平均」はこれらの極く一部でしかないことが知られる。

微分積分は連続量を対象とする、つまり連続関数の振る舞いを見るものであり、従って連続量の平均は、微分積分の観点から求めることになる。数値化された連続量のデータを関数表示し、或る区間での定積分を区間の幅で割ったもの、これがその区間に於ける平均である。定積分の意味を考えれば、統計の平均としてイメージされる被除数であるデータの総計に当るのが定積分であり、除数の個数に当るのが区間の幅ということが容易に理解されよう。平均の対象を個数や回数で割る離散量の世界から、積分を利用しなければならない連続量に迄拡張することで、漸くおはじきや林檎を用いて刷り込まれた「同じものと考える」世界から飛び出す機会となった訣である。

しかし、連続量であるにも拘らず、「個数で割る」意識が官報的な統計にあっても根強いままであることは、風速の平均を計算する場面に見ることが出来る。

風速は連続的に変化していることから、〝真の〟瞬間風速は時間に拘らずに測定出来る。従ってこれをグラフにプロットすることで連続関数の例に漏れず、曲線で表される。従って（気が向いた時に）今の風速を知りたい、つまり〝真の〟瞬間風速を知りたいという場合は、

その時点での測定値を見ればよい筈である。

　ところが気象庁アメダスや気象官署では〝真の〟瞬間風速を地上約一〇メートルの高さで測定し、〇・二五秒毎に更新している。これは実際〇・二五秒毎に測定しているということであり、つまり連続関数ではなく、跳び跳びの〝真の〟瞬間風速を基本データとして様々な「風速」を〝計算〟しているということである。気象庁その他が発表する「瞬間風速」は、〇・二五秒間毎に更新される測定値の三秒間（一二サンプル）を平均した値のことである。「一二個の平均」ということから明らかに、一二個の〝真の〟瞬間風速の合計を、サンプル数の一二で割って求めている。「瞬間」と言い乍ら、〝真の〟瞬間風速を、「自然数で割る」という算数的な方法で求めたものを公表しているのである。略々微分積分を基本の方法として多くの成果を実現して来た自然科学の最先端にある筈の気象庁関係が、算数的平均に拘泥ったままでいる、否、高校生段階で学習した微分積分で扱った連続関数、連続量の平均に見向きもせず、数学の成果に目を塞いで算数の世界に舞い戻った恰好である。個数で割るという平均のイメージの呪縛は大変なものだということか。

　兎も角、気象庁筋の謂う「瞬間風速」は〝真の〟瞬間風速ではなく、算数的な平均の風速のことなのである。

## 一二、正規分布と平均

資料の個数が大きい程、分布は正規分布に近似される。このことは、逆に、正規分布の性質を利用するには、資料が多くなくてはならないということである。四〇万人規模の全国共通テストのようなものは兎も角、四〇人学級の筆記試験、もう少し増やして、三〇〇人程度の試験の得点分布が正規分布となる、或るいは正規分布に近似したものになるのは極く稀である。従って正規分布にあって意味を持つ平均も標準偏差も、三〇〇個程度の資料にあっては意味が薄い。

　平均及び標準偏差の値によって換算式が決まる偏差値に就いても、正規分布に近似出来ない分布の集団、集合では殆ど意味がない。偏差値というのは、平均を五〇に対応させ、標準偏差を一〇とする一次変換を得点（素点）に施すものである。順位とは別に、集団内での個々の得点の位置を見るには都合のよいものではあるが、統計の本来の意義からは外れるものである。統計は飽く迄も集団、集合を全体として見るものであり、粘土細工が土粒一つひとつの位置に頓着しないように、個々の資料（要素）の在り方に目を向けるものではない。個と全体の関係でいえば、個が全体を形作るのであって、全体が個を規定するものではない。特に正規分布を為す集団、集合の場合は、平均と標準偏差のみで総てが理解され、そして後述の推測や検定が可能となる。

　偏差値に就いて、もう一つ述べておく。除法同様、最も基本の演算である加法に就いても、均質が要請される。林檎三個と蜜柑五個の合

計が八個とは言わないし、大きな饅頭三個と小さな饅頭五個の合計が八個とも言わない。偏差値は標準偏差で割る手順があることから明らかに、得点（素点）の幅に手を加えて、何れの集団であっても強引にスケールを揃えたものである。従って異なる集団、集合同士の偏差値は、同一の偏差値（例えば偏差値五八）の性質は異なるのであり、両者間に均質関係はないと見る可きである。従って偏差値同士を加えることは、変換前の素点の合計（実はこれも無意味なのだが、これに就いては別稿で論じる）以上に無意味である。偏差値の加法、合計に意味が無いとなれば、偏差値の合計を被除数とすることになるであろう偏差値の平均も無意味ということになる。複数の教科の試験の得点を偏差値換算してその合計或るいは平均を求めて比較する、という作業に勤しむ学校の教員の姿を見なくなる日が待ち遠しい。

　多数の集団、集合を直接確認する全数調査ではなく、比較的少数の標本を調査する標本調査で、母集団の平均を推定するのに、正規分布の性質が利用出来る。何通りもの標本によって得られた平均の分布が、より小さな標準偏差の正規分布に近似出来るという有り難い性質のお蔭で、標本平均の平均の比較的狭い範囲に母平均の存在を推定することが出来る。

　又、或る集団、集合に於ける割合その他の仮説を検証するのに、標本調査の結果得られる筈の正規分布にあって、仮説が奈辺に位置付けられるのか、という検定作業が可能である。

　推定や検定が、正規分布を標準化（平均を〇、標準偏差を一として）して得られる確率分布によって、その範囲を確定するものである。このことは、統計の結果である正規分布が、確率の助けを借りて、予想する、つまり過去の出来事の分析（統計）が、未確定の未来の予想（確率）と繋がる場面の実現ということになろう。

## 一三、おわりに

おはじきや林檎を「同じものと考える」ことから踏み込むことになった算数・数学の世界が、現実世界と接する場面では、数学の特色である「同じものと考える」ことからの脱皮が必要となる。ここに登場するのが〝重み付け〟という手法であり、特に統計に必要不可欠な考え方であることを縷々説いて来た。

　統計が数値資料を対象とするものである以上、作業は既に数値化された数値データを通して、話題となっている集団、集合の傾向、動向、属性や性質を見るものである。この場合、数学の世界の基本姿勢である「同じものと考える」均質化を超えた〝重み付け〟によって、より現実に近いものを得ることが出来るということであるが、これは数値化によってのみ可能となる。そこに〝数値化〟が第一の作業として避けられない。問題は、数値化が妥当なものかどうか、という点である。仮令統計作業が妥当なものだとしても、数値化が適当になされない上で行われたとすれば、統計の結果は現実の有り様とは異なった様相を

示すものになって仕舞う。

明治五年の学制以来、我が国の学校教師は、児童・生徒を評価するための材料の一つとして、例えば筆記試験の得点のような、数値資料に頼って来ている。漢字の書き取りだけ、或るいは漢字の読みだけのような単一の観点の試験は兎も角、幾つかの観点が同居、並列している試験にあっては、配点の作業が欠かせない。この時既に教師には(意識としては薄いものであろうが)重み付けの意識が作用している。この時問題の難易度や重要さを如実に配点に反映した数値化であれば、得点を資料として展開される厳格な統計作業によって、児童や生徒の実力の一側面を語る的確な資料となる。つまり、統計作業を意味のあるものにするために、その第一歩として厳格な〝数値化〟が必要である。

学校での教育活動に限らず、社会の様々な局面で、数値に頼る評価活動が行われ、中には統計作業の結果によって社会全体が、そして個人が、行動や活動の方向を決められることにもなっている。統計作業の結果を信頼出来るものにするためにも、慎重な数値化が重要である。

社会の中に見られる〝数値化〟の様々な事例に就いて、その妥当さを検証する意義はここに存する。今後の課題である。